Classe:
Nom :
Prénom :

Interro TD 3

Sujet A

Date:

On considère l'espace vectoriel $M_2(\mathbb{R})$ des matrices carrées de taille 2 à coefficients dans $\mathbb{R}$.

1) Expliciter la base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3, e_4)$ de $M_2(\mathbb{R})$.
2) Soit $F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(K) \quad ; \quad a + 2b - 2c + 4d = 0 \right\}$
   a) Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $M_2(\mathbb{R})$.
   b) Justifier qu'on peut prévoir $\dim(F) = 3$.
   c) Donner une base de F, qu'on notera $\mathcal{B}' = (w_1, w_2, w_3)$, en explicitant bien les coordonnées de ces vecteurs dans la base canonique $\mathcal{B}$.
   d) Proposer une méthode, en une phrase et sans faire les calculs, pour prouver que votre famille $\mathcal{B}'$ est bien une base de F.
3) On pose $u_1 = (-4; 1; 1; 1)$, $u_2 = (2; 2; 7; 2)$, $u_3 = (-16; 9; -7; -4)$ et $u_4 = (-18; 12; 1; -1)$ dans la base $\mathcal{B}$.
   a) En appliquant l'algorithme de calcul du rang, montrer que $\mathcal{B}'' = (u_1, u_2, u_3)$ est une base de $Vect(u_1, u_2, u_3, u_4)$. Quels sont les coordonnées de u_4 dans cette base ?
   b) Montrer que $\mathcal{B}''$ est une base de F.
   c) Expliciter les coordonnées de u_1, u_2 et u_3 dans la base $\mathcal{B}'$.
   d) Expliciter la matrice de passage P de la base $\mathcal{B}''$ à la base $\mathcal{B}'$. En déduire les coordonnées du vecteur w_2 dans la base $\mathcal{B}''$

Classe:
Nom :
Prénom :

Interro TD 3

Sujet B

Date:

On considère l'espace vectoriel $M_2(\mathbb{R})$ des matrices carrées de taille 2 à coefficients dans $\mathbb{R}$.

1) Expliciter la base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3, e_4)$ de $M_2(\mathbb{R})$.

2) Soit $F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(K) \quad ; \quad a + b - 5c + 4d = 0 \right\}$

   a) Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $M_2(\mathbb{R})$.

   b) Justifier qu'on peut prévoir $\dim(F) = 3$.

   c) Donner une base de F, qu'on notera $\mathcal{B}' = (w_1, w_2, w_3)$, en explicitant bien les coordonnées de ces vecteurs dans la base canonique $\mathcal{B}$.

   d) Proposer une méthode, en une phrase et sans faire les calculs, pour prouver que votre famille $\mathcal{B}'$ est bien une base de F.

3) On pose $u_1 = (0; 1; 1; 1)$, $u_2 = (-5; 7; 2; 2)$, $u_3 = (1; 5; 2; 1)$ et $u_4 = (-4; 13; 5; 4)$ dans la base $\mathcal{B}$.

   a) En appliquant l'algorithme de calcul du rang, montrer que $\mathcal{B}'' = (u_1, u_2, u_3)$ est une base de $Vect(u_1, u_2, u_3, u_4)$. Quels sont les coordonnées de u_4 dans cette base ?

   b) Montrer que $\mathcal{B}''$ est une base de F.

   c) Expliciter les coordonnées de u_1, u_2 et u_3 dans la base $\mathcal{B}'$.

   d) Expliciter la matrice de passage P de la base $\mathcal{B}''$ à la base $\mathcal{B}'$. En déduire les coordonnées du vecteur w_2 dans la base $\mathcal{B}''$